Correctievoorschrift
Wiskunde B

29 juli 2019
10:00-13:00

1 Algemeen

1. Voor het antwoord op een vraag mogen alleen gehele scorepunten worden toegekend.
2. Voor elke rekenfout wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximaal aantal scorepunten dat voor de vraag kan worden behaald.
3. Indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van de uitwerking tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in de uitwerking van de kandidaat te zijn opgenomen.
4. Een fout mag in de uitwerking van de vraag slechts één keer worden aangerekend, tenzij de vraag aanzienlijk vereenvoudigt als gevolg van de fout.
5. Eenzelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6. Als bij een vraag wordt doorgerekend met afgeronde tussenantwoorden, en dit tot een ander eindantwoord leidt dan wanneer doorgerekend met niet-afgeronde tussenantwoorden, dan wordt bij deze vraag 1 scorepunt in mindering gebracht, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

2 Beoordelingsmodel

3p 1. (a) $f(x) = g(x)$

$\sqrt{2x+2} = x+1$

$2x+2 = x^2+2x+1$ 1

$2 = x^2+1$

$x^2 = 1$

$x = -1 \;\vee\; x = 1$ (beide oplossingen voldoen) 1

Met behulp van de schets vinden we dat $f(x) > g(x)$ als $-1 < x < 1$. 1

Opmerking
Indien niet is gemotiveerd hoe de oplossing van $f(x) > g(x)$ wordt verkregen na het oplossen van $f(x) = g(x)$, dan het laatste scorepunt niet toekennen.

4p (b) Stel $l\colon y = ax + b$.

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2x+2}} \cdot 2 = \dfrac{1}{\sqrt{2x+2}}$ 1

$a = f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$ 1

Dus $l\colon y = x + b$.

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$, dus $1 = -\frac{1}{2} + b$, oftewel $b = \frac{3}{2}$. 1

Dus een vergelijking van de raaklijn l is $l\colon y = x + \frac{3}{2}$. 1

5p (c) Schrijf $L(x)$ voor de lengte van PQ.

$L(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{2x+2} - (x+1) = \sqrt{2x+2} - x - 1$ 1

$L'(x) = f'(x) - g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+2}} - 1$ 1

$$L'(x) = 0 \implies \frac{1}{\sqrt{2x+2}} - 1 = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2x+2}} = 1$$

$$\sqrt{2x+2} = 1$$

$$2x+2 = 1$$

$x = -\dfrac{1}{2}$ (en deze oplossing voldoet) 2

Bij de grafieken van f en g is te zien dat er inderdaad een maximaal verschil is.
De maximale lengte van PQ is $L\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) - g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. 1

Opmerking
Als niet is benoemd dat L maximaal is, ofwel m.b.v. de grafieken van f en g ofwel m.b.v. L'', dan hiervoor één scorepunt in mindering brengen.

4p (d) De integratiegrenzen zijn de x-coördinaten van de snijpunten van f en g, namelijk $x = -1$ en $x = 1$.

$$\begin{aligned}
O(V) &= \int_{-1}^{1} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \\
&= \int_{-1}^{1} \left(\sqrt{2x+2} - x - 1\right) \mathrm{d}x && 1 \\
&= \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(2x+2)\sqrt{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 - x\right]_{-1}^{1} && 2 \\
&= \left[\frac{1}{3}(2x+2)\sqrt{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 - x\right]_{-1}^{1} \\
&= \frac{8}{3} - \frac{1}{2} - 1 - 0 + \frac{1}{2} - 1 \\
&= \frac{2}{3} && 1
\end{aligned}$$

4p (e) $\sqrt{2x+2} = 2 \implies 2x + 2 = 4 \implies 2x = 2 \implies x = 1$ (en deze oplossing voldoet) 1

$$\begin{aligned}
I(L) &= \pi \int_0^1 2^2\,\mathrm{d}x - \pi \int_0^1 (f(x))^2\,\mathrm{d}x \\
&= \pi \int_0^1 2^2\,\mathrm{d}x - \pi \int_0^1 \left(\sqrt{2x+2}\right)^2 \mathrm{d}x && 1 \\
&= \pi \int_0^1 4\,\mathrm{d}x - \pi \int_0^1 (2x+2)\,\mathrm{d}x \\
&= \pi \int_0^1 (2 - 2x)\,\mathrm{d}x && 1 \\
&= \pi \left[2x - x^2\right]_0^1 \\
&= \pi(2 - 1) \\
&= \pi && 1
\end{aligned}$$

5p 2. (a) P passeert de y-as als $x(t) = 0$.

$$x(t) = 0 \implies 1 - 2\sin(t) = 0 \qquad 1$$
$$2\sin(t) = 1$$
$$\sin(t) = \frac{1}{2}$$
$$t = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi \ \vee \ t = \frac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi$$

De eerste oplossing op $[0, 2\pi]$ is $t = \frac{1}{6}\pi$. 1

De snelheidsvector is $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} -2\cos(t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}$. 1

Dus de baansnelheid wordt gegeven door $|\vec{v}(t)| = \sqrt{4\cos^2(t) + \cos^2(2t)}$. 1

De baansnelheid op het moment dat P voor de eerste keer de y-as passeert is dus gelijk aan

$\left|\vec{v}\left(\frac{1}{6}\pi\right)\right| = \sqrt{4\cos^2\left(\frac{1}{6}\pi\right) + \cos^2\left(\frac{1}{3}\pi\right)} = \sqrt{4 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{13}$. 1

Opmerking
Indien de kandidaat eerst de snelheidsvector op $t = \frac{1}{6}\pi$ bepaald en vervolgens de lengte van deze vector, dan wordt het vierde scorepunt toegekend aan de snelheidsvector op $t = \frac{1}{6}\pi$ en het vijfde scorepunt voor de baansnelheid op $t = \frac{1}{6}\pi$.

4p (b) P passeert het punt $(1, 0)$ als $x(t) = 1$ en $y(t) = 0$.

$$x(t) = 1 \quad \wedge \quad y(t) = 0 \qquad 1$$
$$1 - 2\sin(t) = 1 \quad \wedge \quad \frac{1}{2}\sin(2t) = 0$$
$$\sin(t) = 0 \quad \wedge \quad \sin(2t) = 0 \qquad 1$$
$$t = k \cdot \pi \quad \wedge \quad 2t = k \cdot \pi$$
$$t = k \cdot \pi \quad \wedge \quad t = k \cdot \frac{1}{2}\pi \qquad 1$$
$$t = k \cdot \pi$$

Het tweede tijdstip waarop P zich in $(1, 0)$ bevindt is dus $t = \pi$. 1

3p 3. (a) *Methode 1*

$\overrightarrow{r_l} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1

$\overrightarrow{r_k} \cdot \overrightarrow{r_l} = 28 \neq 0,$ 1

dus k en l staan niet loodrecht op elkaar. 1

Methode 2

$\overrightarrow{r_k} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \implies rc_k = -\frac{4}{3}$

$rc_l = \frac{8-6}{7--5} = \frac{1}{6}$ 1

$rc_k \cdot rc_l = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{6} = -\frac{2}{9} \neq -1,$ 1

dus k en l staan niet loodrecht op elkaar. 1

Opmerking

Het eerste scorepunt van het tweede antwoordalternatief mag alleen worden toegekend als zowel rc_k en rc_l correct zijn bepaald.

3p (b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1

Een vectorvoorstelling van AB is $AB\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \overrightarrow{a} + \overrightarrow{AB} \ \wedge\ 0 \leq \lambda \leq 1,$

oftewel $AB\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} \ \wedge\ 0 \leq \lambda \leq 1.$ 2

Opmerking

- *Als de voorwaarde $0 \leq \lambda \leq 1$ niet is vermeld dan maximaal 1 scorepunt toekennen voor deze vraag.*
- *Als een onjuiste voorwaarde op de scalairen λ wordt gegeven dan 1 scorepunt in mindering brengen.*

3p (c) *Methode 1*

$\overrightarrow{r_k} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \implies \overrightarrow{n_k} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1

Dus $k\colon 4x + 3y = c.$ 1

$\overrightarrow{s_k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \implies (1, 2)$ ligt op k,

dus $c = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 10.$

Dus $k\colon 4x + 3y = 10.$ 1

Methode 2

$\overrightarrow{r_k} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \implies rc_k = -\frac{4}{3}$ 1

Dus $k\colon y = -\frac{4}{3}x + b$.

$\overrightarrow{s_k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \implies (1, 2)$ ligt op k.

Hieruit volgt dat $2 = -\frac{4}{3} \cdot 1 + b$, oftewel $b = \frac{10}{3}$. 1

Dus $k\colon y = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$. 1

4p 4. (a) $3x - 1 = 0 \implies x = \frac{1}{3}$, dus de verticale asymptoot is de lijn $x = \frac{1}{3}$. 1

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1-x}{3x-1}+2\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{x}-1}{3-\frac{1}{x}}+2\right) = \frac{0-1}{3-0}+2 = -\frac{1}{3}+2 = \frac{5}{3},$$ 2

dus de horizontale asymptoot is de lijn $y = \frac{5}{3}$. 1

3p (b) $f(x) = 0 \implies \dfrac{1-x}{3x-1}+2 = 0$

$\dfrac{1-x}{3x-1} = -2$ 1

$1 - x = -2(3x-1)$

$1 - x = -6x + 2$ 1

$5x = 1$

$x = \dfrac{1}{5}$

(voldoet)

Het nulpunt van f is dus $x = \frac{1}{5}$. 1

5p (c) $f'(x) = \dfrac{(3x-1)\cdot -1 - (1-x)\cdot 3}{(3x-1)^2} = \dfrac{-2}{(3x-1)^2}$ 1

$f'(x) = 0 \implies \dfrac{-2}{(3x-1)^2} = 0$

$-2 = 0$

kan niet

De vergelijking $f'(x) = 0$ heeft geen oplossingen, dus f heeft geen extreme waarden. 1

$f'(x) = \dfrac{-2}{(3x-1)^2} = -2(3x-1)^{-2}$ geeft $f''(x) = 4(3x-1)^{-3}\cdot 3 = \dfrac{12}{(3x-1)^3}$ 2

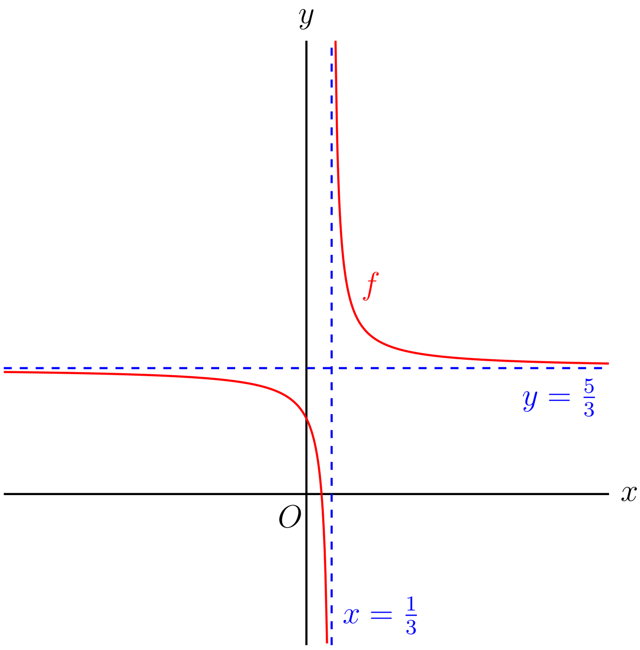
$f''(x) = 0 \implies \dfrac{12}{(3x-1)^3} = 0$

$12 = 0$

kan niet

De vergelijking $f''(x) = 0$ heeft geen oplossingen, dus f heeft geen buigpunten. 1

4p (d)



2

$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ 1

$B_f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$ 1

Opmerking

Als de assen, de functie f, de asymptoten en/of de oorsprong in de schets niet zijn gelabeld, dan 1 scorepunt in mindering brengen.

4p 5. (a) $f(x) = 0 \implies \cos^2(\pi x) - \cos(\pi x) = 0$

$$\cos(\pi x)\,(\cos(\pi x) - 1) = 0$$

$$\cos(\pi x) = 0 \;\vee\; \cos(\pi x) = 1 \qquad 1$$

$$\pi x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot \pi \;\vee\; \pi x = k \cdot 2\pi$$

$$x = \frac{1}{2} + k \;\vee\; \pi x = k \cdot 2 \qquad 1$$

Op $[0,4]$ geeft dit

$$x = 0 \;\vee\; x = \frac{1}{2} \;\vee\; x = \frac{3}{2} \;\vee\; x = 2$$

$$\vee\; x = \frac{5}{2} \;\vee\; x = \frac{7}{2} \;\vee\; x = 4 \qquad 1$$

De vergelijking $f(x) = 0$ heeft zeven oplossingen op het interval $[0,4]$, dus f heeft zeven nulpunten op het interval $[0,4]$. 1

6p (b) $f'(x) = 2\cos(\pi x) \cdot -\sin(\pi x) \cdot \pi + \sin(\pi x) \cdot \pi$

$$= -2\pi \sin(\pi x)\cos(\pi x) + \pi \sin(\pi x) \qquad 1$$

$$= -\pi \sin(2\pi x) + \pi \sin(\pi x) \qquad 1$$

Voor de maxima lossen we $f'(x) = 0$ op.

$f'(x) = 0 \implies -\pi \sin(2\pi x) + \pi \sin(\pi x) = 0$

$$\pi\,(-\sin(2\pi x) + \sin(\pi x)) = 0$$

$$-\sin(2\pi x) + \sin(\pi x) = 0$$

$$\sin(\pi x) = \sin(2\pi x) \qquad 1$$

$$\pi x = 2\pi x + k \cdot 2\pi \;\vee\; \pi x = \pi - 2\pi x + k \cdot 2\pi$$

$$-\pi x = k \cdot 2\pi \;\vee\; 3\pi x = \pi x + k \cdot 2\pi$$

$$x = k \cdot 2 \;\vee\; x = \frac{1}{3} + k \cdot \frac{2}{3} \qquad 1$$

Op $[0,4]$ geeft dit

$$x = 0 \;\vee\; x = \frac{1}{3} \;\vee\; x = 1 \;\vee\; x = \frac{5}{3} \;\vee\; x = 2$$

$$\vee\; x = \frac{7}{3} \;\vee\; x = 3 \;\vee\; x = \frac{11}{3} \;\vee\; x = 4 \qquad 1$$

In de grafiek is te zien dat de maxima bij het derde en het zevende punt met helling 0 zitten.
De lengte van het lijnstuk AB is dus $AB = 3 - 1 = 2$. 1

3p 6. (a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 27 = 0$

$x^2 - 2x + y^2 - 2y - 27 = 0$

$(x-1)^2 - 1 + (y-1)^2 - 1 - 27 = 0$ 1

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 29$ 1

Uit deze middelpuntsvergelijking volgt dat het middelpunt $M(1,1)$ en dat de straal $\sqrt{29}$ is. 1

5p (b) *Methode 1*

$2x + 5y = 7 \implies 2x = 7 - 5y \implies x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$. 1

Omdat c middelpunt $M(1,1)$ en straal $\sqrt{29}$ heeft, is $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 29$ ook een vergelijking van c.

Substitutie van $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ in $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 29$ geeft

$$\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}y - 1\right)^2 + (y-1)^2 = 29$$

$$\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2}y\right)^2 + (y-1)^2 = 29$$ 1

$$\frac{25}{4} - \frac{25}{2}y + \frac{25}{4}y^2 + y^2 - 2y + 1 = 29$$

$$25 - 50y + 25y^2 + 4y^2 - 8y + 4 = 116$$

$$29y^2 - 58y - 87 = 0$$ 1

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$(y+1)(y-3) = 0$$

$$y = -1 \ \vee \ y = 3$$ 1

$y = -1$ invullen bij $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ geeft $x = 6$.

$y = 3$ invullen bij $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ geeft $x = -4$.

Dus de coördinaten van de snijpunten zijn $B(-4,3)$ en $C(6,-1)$. 1

Methode 2

$2x + 5y = 7 \implies 5y = 7 - 2x \implies y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$. 1

Omdat c middelpunt $M(1,1)$ en straal $\sqrt{29}$ heeft, is $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 29$ ook een vergelijking van c.

Substitutie van $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ in $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 29$ geeft

$(x-1)^2 + \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{5}x - 1\right)^2 = 29$

$(x-1)^2 + \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}x\right)^2 = 29$ 1

$x^2 - 2x + 1 + \frac{4}{25} - \frac{8}{25}x + \frac{4}{25}x^2 = 29$

$25x^2 - 50x + 25 + 4 - 8x + 4x^2 = 725$

$29x^2 - 58x - 696 = 0$ 1

$x^2 - 2x - 24 = 0$

$(x+4)(x-6) = 0$

$x = -4 \ \vee \ x = 6$ 1

$x = -4$ invullen bij $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ geeft $y = 3$.
$x = 6$ invullen bij $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ geeft $y = -1$.
Dus de coördinaten van de snijpunten zijn $B(-4, 3)$ en $C(6, -1)$. 1

Methode 3
$2x + 5y = 7 \implies 2x = 7 - 5y \implies x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$. 1
Substitutie van $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ in $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 27 = 0$ geeft

$\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}y\right)^2 + y^2 - 2\left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}y\right) - 2y - 27 = 0$ 1

$\frac{49}{4} - \frac{35}{2}y + \frac{25}{4}y^2 + y^2 - 7 + 5y - 2y - 27 = 0$

$\frac{49}{4} - \frac{35}{2}y + \frac{25}{4}y^2 + y^2 + 3y - 34 = 0$

$49 - 70y + 25y^2 + 4y^2 + 12y - 136 = 0$

$29y^2 - 58y - 87 = 0$ 1

$y^2 - 2y - 3 = 0$

$(y+1)(y-3) = 0$

$y = -1 \ \vee \ y = 3$ 1

$y = -1$ invullen bij $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ geeft $x = 6$.
$y = 3$ invullen bij $x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}y$ geeft $x = -4$.
Dus de coördinaten van de snijpunten zijn $B(-4, 3)$ en $C(6, -1)$. 1

Methode 4
$2x + 5y = 7 \implies 5y = 7 - 2x \implies y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x.$ 1
Substitutie van $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ in $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 27 = 0$ geeft

$$x^2 + \left(\frac{7}{5} - \frac{2}{5}x\right)^2 - 2x - 2\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{5}x\right) - 27 = 0$$ 1

$$x^2 + \frac{49}{25} - \frac{28}{25}x + \frac{4}{25}x^2 - 2x - \frac{14}{5} + \frac{4}{5}x - 27 = 0$$

$$25x^2 + 49 - 28x + 4x^2 - 50x - 70 + 20x - 675 = 0$$

$$29x^2 - 58x - 696 = 0$$ 1

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

$$x = -4 \ \vee \ x = 6$$ 1

$x = -4$ invullen bij $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ geeft $y = 3$.
$x = 6$ invullen bij $y = \frac{7}{5} - \frac{2}{5}x$ geeft $y = -1$.
Dus de coördinaten van de snijpunten zijn $B(-4, 3)$ en $C(6, -1)$. 1

3p (c) Als we $x = 1$ en $y = 1$ invullen bij l dan volgt dat $2 + 5 = 7$. Dit is waar, dus het middel punt $M(1, 1)$ van c ligt op l. 1
Dus BC is een middellijn van c. 1
Omdat BC een middellijn is van c volgt dat de lijn l de cirkel c in twee stukken met gelijke oppervlakte verdeelt. 1

4p 7. *Methode 1*

Omdat $x(0) = 3$ en $y(0) = 1$ volgt dat $A(3, 1)$.

Omdat $x(\pi) = 1$ en $y(\pi) = 1$ volgt dat $B(1, 1)$. 1

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{p} - \overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 2 + \cos(t) \\ 1 + \sin(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) - 1 \\ \sin(t) \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{p} - \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 2 + \cos(t) \\ 1 + \sin(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) + 1 \\ \sin(t) \end{pmatrix}$ 1

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = (\cos(t) - 1)(\cos(t) + 1) + \sin(t)\sin(t) = \cos^2(t) - 1 + \sin^2(t) = 0$ 1

Omdat $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ volgt dat $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BP}$, oftewel $\angle APB = 90°$. 1

Methode 2

Punt P beweegt over een halve cirkel van A naar B, dus AB is een middellijn van de cirkel. 2

Omdat P op de cirkel met middellijn AB ligt, volgt uit de Stelling van Thales dat $\angle APB = 90°$. 2

Methode 3

Omdat $x(0) = 3$ en $y(0) = 1$ volgt dat $A(3, 1)$.

Omdat $x(\pi) = 1$ en $y(\pi) = 1$ volgt dat $B(1, 1)$. 1

$rc_{AP} = \dfrac{1 - (1 + \sin(t))}{3 - (2 + \cos(t))} = \dfrac{-\sin(t)}{1 - \cos(t)}$ en $rc_{BP} = \dfrac{1 + \sin(t) - 1}{2 + \cos(t) - 1} = \dfrac{\sin(t)}{1 + \cos(t)}$ 1

$rc_{AP} \cdot rc_{BP} = \dfrac{-\sin(t)}{1 - \cos(t)} \cdot \dfrac{\sin(t)}{1 + \cos(t)} = \dfrac{-\sin^2(t)}{1 - \cos^2(t)} = \dfrac{-\sin^2(t)}{\sin^2(t)} = -1$ (voor $t \neq 0$ en $t \neq \pi$). 1

Omdat $rc_{AP} \cdot rc_{BP} = -1$ volgt dat $AB \perp BP$, oftewel $\angle APB = 90°$. 1

Opmerkingen

- *Het eerste scorepunt van het eerste en derde antwoordalternatief mag alleen worden toegekend indien de coördinaten van zowel A als B correct zijn toegelicht.*
- *Het tweede scorepunt van het eerste antwoordalternatief mag alleen worden toegekend indien de vectoren $\overrightarrow{AP}$ en $\overrightarrow{BP}$ beide correct zijn berekend.*
- *Indien bij het tweede antwoordalternatief niet is toegelicht dat AB een middellijn van de cirkel is dan hoogstens één scorepunt toekennen voor deze vraag.*
- *Indien bij het tweede antwoordalternatief niet is vermeld dat P op de cirkel met middellijn AB ligt hiervoor één scorepunt in mindering brengen.*

7p 8. $AB = 2 \cdot x_B = \dfrac{2}{p}$.

$BC = y_C = f_p(x_C) = f_p(x_B) = f_p\left(\frac{1}{p}\right) = e + \frac{1}{e} = \dfrac{e^2+1}{e}$. 1

$O(ABCD) = AB \cdot BC = \dfrac{2}{p} \cdot \dfrac{e^2+1}{e} = \dfrac{2e^2+2}{ep}$. 1

$$
\begin{aligned}
O(V) &= \int_{x_A}^{x_B} f_p(x)\,\mathrm{d}x \\
&= \int_{-\frac{1}{p}}^{\frac{1}{p}} \left(e^{px} + e^{-px}\right) \mathrm{d}x && 1 \\
&= \left[\frac{1}{p}e^{px} - \frac{1}{p}e^{-px}\right]_{-\frac{1}{p}}^{\frac{1}{p}} && 1 \\
&= \frac{e}{p} - \frac{1}{ep} - \frac{1}{ep} + \frac{e}{p} \\
&= \frac{2e}{p} - \frac{2}{ep} \\
&= \frac{2e^2-2}{ep} && 1
\end{aligned}
$$

De verhouding van de oppervlakte van V en de oppervlakte van rechthoek $ABCD$ is dus

$$
\frac{O(V)}{O(ABCD)} = \frac{\frac{2e^2-2}{ep}}{\frac{2e^2+2}{ep}} = \frac{2e^2-2}{2e^2+2} = \frac{e^2-1}{e^2+1}
$$

en dit is onafhankelijk van p. 2

Opmerkingen

- *Als de kandidaat een getal voor p heeft ingevuld en hiermee heeft gerekend i.p.v. de parameter p te gebruiken, dan geen scorepunten toekennen voor deze vraag.*
- *Indien de verhouding* $\dfrac{2e^2-2}{2e^2+2}$ *niet is vereenvoudig tot* $\dfrac{e^2-1}{e^2+1}$*, dan hiervoor één scorepunt in mindering brengen.*