UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
FACULTEIT FNWI

Oefenexamen wiskunde A; 2.5 uurs

Dit is een 2.5 uurs examen.
Dit examen bestaat uit 11 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 72 punten te behalen.
Voor elk onderdeel staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Vooraan in het tentamen staat een formulekaart. Andere formulekaarten zijn niet toegestaan. Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

Schrijf bij iedere vraag een volledige uitwerking op. Voor alleen het eindantwoord worden geen punten toegekend.

Veel succes!

Formules

Differentiëren

naam van de regel	**formule heeft vorm**	**afgeleide**
somregel	$f + g$	$(f+g)' = f\,' + g'$
verschilregel	$f - g$	$(f-g)' = f\,' - g'$
productregel	$f \cdot g$	$(f\,g)' = f\,'g + f\,g'$
quotïentregel	$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{g \cdot f\,' - f \cdot g'}{g^2}$
kettingregel	$f(x) = h\left(u(x)\right)$	$f'(x) = h'\left(u(x)\right) \cdot u'(x)$

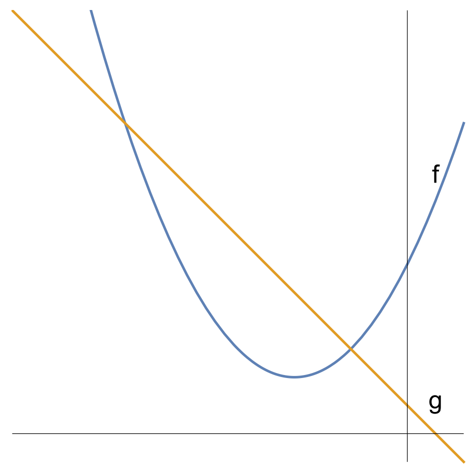
Logaritmen

regel	**voorwaarde**
$\log_g(a) + \log_g(b) = \log_g(ab)$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ b > 0$
$\log_g(a) - \log_g(b) = \log_g\left(\frac{a}{b}\right)$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ b > 0$
$\log_g\left(a^k\right) = k \cdot \log_g(a)$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0$
$\log_c(a) = \dfrac{\log_g(a)}{\log_g(c)}$	$g > 0,\ g \neq 1,\ a > 0,\ c > 0,\ c \neq 1$

1. De twee functies f en g worden gegeven door

$$f(x) = x^2 + 4x + 6 \quad \text{en} \quad g(x) = 1 - 2x.$$

In Figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.



Figuur 1: De grafieken van de functies f en g.

3p (a) Bereken exact de snijpunten van f en g.

2p (b) Bereken het product van de functies f en g, dat wil zeggen de functie $h(x)$ waarbij $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, en werk de veelterm zo veel mogelijk uit.

3p (c) Bereken exact de x-coördinaten van de extrema van de functie $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Je hoeft *niet* aan te geven of het om een minimum of maximum gaat.

3p (d) Voor welke x tussen -5 en -1 is de verticale afstand tussen de grafiek van f en g maximaal?

2. Stel dat de hoeveelheid eendenkroos in een vijver verdubbelt per drie dagen. Op de eerste dag is het oppervlak in de vijver dat bedekt wordt door het eendenkroos gelijk aan 0.5 m^2.

1p (a) Wat is de groeifactor g per dag? Geef een exact antwoord.

2p (b) Wat is de algemene formule voor het oppervlak bedekt door het eendenkroos, met de tijdseenheid t per dag?

3p (c) Na hoeveel dagen bedekt het kroos een oppervlak van 13 m^2? Geef een exact antwoord.

2p (d) Op een gegeven moment raakt het voedsel voor het kroos op, en het sterft af met 30% per week. Wat is de bijbehorende groeifactor per twee weken? Geef een exact antwoord.

3. Hieronder zijn twee functies gegeven. Bepaal exact de *nulpunten*, de *minima* en *maxima* van deze functies. Bepaal ook voor welke waarden van x de functies gedefinieerd zijn, het zogenoemde *domein*, en welke waarden ze kunnen aannemen, het zogenoemde *bereik*.

6p (a)

$$f(x) = -2x^3 + x^2 + 4x$$

5p (b)

$$g(x) = \frac{4x - 5}{10 - 3x}$$

4. Los exact op:

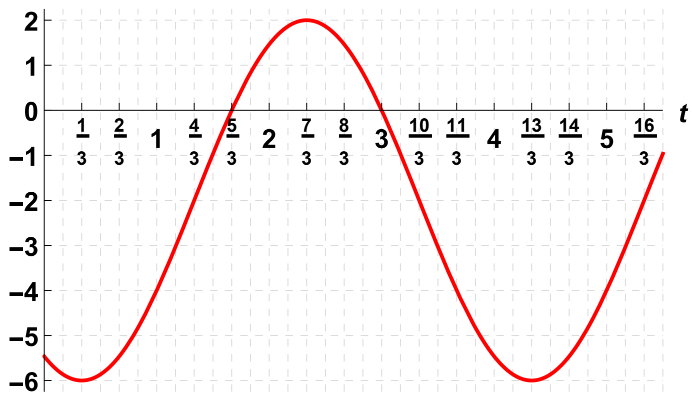
4p (a) $\sqrt{6x-2} = 2x$

4p (b) $7^{1-x} = \sqrt{7}$

5p 5. De algemene formule voor een sinusoïde is

$$f(t) = B + A\sin(2\pi f t + \phi)$$

Stel het functievoorschrift $f(t)$ op van de sinusoïde die hoort bij onderstaande grafiek.



Figuur 2: De grafiek van de sinusoïde f.

6. Bereken de afgeleide van elk van de onderstaande functies:

4p (a)

$$f(x) = \log_3(2x) - 4$$

2p (b)

$$g(x) = x\sqrt{x}$$

4p 7. Reken exact uit, gebruik hiervoor de somformules:

$$\sum_{k=3}^{8}(3 \cdot 2^k)$$

8. In een doos bevinden zich 25 citroenen en 5 limoenen. Iemand pakt blindelings vijf vruchten uit de mand.

3p (a) Wat is de kans op vijf limoenen?

3p (b) Wat is de kans op meer dan drie limoenen?

Geef exacte antwoorden.

2p 9. Voor het decoreren van een tegelrand in de badkamer van 20 tegels lang, heeft iemand 20 tegels gekocht in vijf verschillende kleuren (vier van elke kleur). Hoeveel *verschillende* tegelranden kan er met deze tegels samengesteld worden? Tegels van dezelfde kleur mogen naast elkaar zitten.

2p 10. Bij een vierkeuzetoets vul je op de gok alle twintig vragen in. Bereken exact de kans dat je de helft goed gokt. Je hoeft het aantal niet uit te werken tot een geheel getal; een rekenmethode volstaat.

11. Een fabrikant produceert bierflesjes met een gemiddelde inhoud van 330 mL en een standaardafwijking van 10 mL.

4p (a) Wat is de kans dat een willekeurig gekozen flesje een grotere inhoud heeft dan 335 mL?

4p (b) Wat is de kans dat een willekeurig gekozen flesje meer dan 15 mL afwijkt van de op het flesje vermelde inhoud?

Gebruik in deze opgave bijgevoegde tabel van de cumulatieve standaardnormale verdeling. Rond steeds af op drie decimalen.

Cumulatieve standaardnormale verdeling

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Figuur 3: De tabel voor de normale verdeling. Bijvoorbeeld $\Phi(1.65) = P(Z \leq 1.65) = 0.9505$.