Oefenexamen wiskunde A - uitwerkingen
[72 punten in totaal]

22 september 2022

Algemeen:

- Plusmin foutje: -0.5 punt.
- De $' = 0'$ niet opgeschreven bij een vergelijking van de vorm $ax^2+bx+c=0$ voordat de ABC-formule wordt toegepast: -0.5 punt voor elke keer dat het voorkomt. (Dus er wordt bijvoorbeeld $2x^2+3x-4$ opgeschreven zonder de $' = 0'$ er achter, en daarna wordt meteen de ABC-formule toegepast).
- Geen uitwerking = geen punten

Opdracht 1

a) [3 pt]

De functies zijn $f(x) = x^2 + 4x + 6$ en $g(x) = 1 - 2x$.
We moeten oplossen $f(x) = g(x)$ dus $x^2 + 4x + 6 = 1 - 2x \Longrightarrow$
$x^2 + 6x + 5 = 0$
ABC formule:

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} \\ &= \tfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \\ &= \tfrac{-6 \pm \sqrt{16}}{2} \\ &= \tfrac{-6 \pm 4}{2} \end{aligned}$$

Dus de snijpunten van f en g zitten bij $x = \frac{-6+4}{2} = -1$ en $x = \frac{-6-4}{2} = -5$.

Opmerking: Bij het toepassen van de abc-formule vereenvoudigen we de antwoorden altijd zo ver mogelijk. Dit houdt in: een geheel getal, een vereenvoudigde breuk of een antwoord dat een wortel in standaardvorm bevat.

b) [2 pt]

$$\begin{aligned} f(x) \cdot g(x) &= \left(x^2 + 4x + 6\right) \cdot (1 - 2x) \\ &= \left(x^2 + 4x + 6\right) + \left(-2x^3 - 8x^2 - 12x\right) \\ &= x^2 + 4x + 6 - 2x^3 - 8x^2 - 12x \\ &= -2x^3 - 7x^2 - 8x + 6 \end{aligned}$$

c) [3 pt]

We moeten nu de plaats van de extreme waarden van $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ bepalen. Hiervoor moeten we de afgeleide gelijkstellen aan nul $h'(x) = 0$.
$h'(x) = -6x^2 - 14x - 8$.
Dus oplossen $-6x^2 - 14x - 8 = 0$
ABC formule:

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot -6 \cdot -8}}{-12} \\ &= \tfrac{14 \pm \sqrt{196 - 192}}{-12} \\ &= \tfrac{14 \pm \sqrt{4}}{-12} \\ &= \tfrac{14 \pm 2}{-12} \end{aligned}$$

De x coördinaten van de extrema van de functie $h(x)$ zijn $x = \frac{14-2}{-12} = \frac{12}{-12} = -1$ en $x = \frac{14+2}{-12} = \frac{16}{-12} = -\frac{4}{3}$.

Opmerking: Bij het toepassen van de abc-formule vereenvoudigen we de antwoorden altijd zo ver mogelijk. Dit houdt in: een geheel getal, een vereenvoudigde breuk of een antwoord dat een wortel in standaardvorm bevat.

d) [3 pt]

Op dit interval is $g(x) > f(x)$. De afstandsfunctie is dus

$$\begin{aligned} A(x) &= g(x) - f(x) \\ &= (1-2x) - (x^2 + 4x + 6) \\ &= 1 - 2x - x^2 - 4x - 6 \\ &= -x^2 - 6x - 5 \end{aligned}$$

Nu moeten we oplossen $A'(x) = 0$
$A'(x) = -2x - 6$.
We moeten oplossen $-2x - 6 = 0$.
Dus $-2x = 6$
$x = \frac{6}{-2} = -3$.

Nu moeten we nog laten zien dat het daadwerkelijk om een maximum in afstand gaat. Hiervoor gebruiken we het 2e afgeleide criterium:

$A''(x) = -2$
$A''(x) < 0$ voor alle waarden van x dus bij de gevonden waarde van $x = -3$ zit een maximum in afstand.

Opdracht 2

a) [1 pt]

De hoeveelheid eendenkroos verdubbelt per drie dagen.
De groeifactor per drie dagen is dus $g_{3\,dagen} = 2$.
Nu
$g_{1\,dag} = g_{3\,dagen}^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$.

b) [2 pt]

De algemene formule is: $N(t) = N(0) \cdot g_{1\,dag}^{t} = 0.5 \cdot \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{t} \left(= 0.5 \cdot 2^{\frac{1}{3} \cdot t}\right)$.

c) [3 pt]

We moeten nu oplossen:
$13 = 0.5 \cdot 2^{\frac{1}{3} \cdot t}$ dus
$\frac{13}{\left(\frac{1}{2}\right)} = 2^{\frac{1}{3}t}$
$26 = 2^{\frac{1}{3}t}$
Nu passen we de basisregel voor logaritmische vergl. toe: $g^a = b \Leftrightarrow a = \log_g(b)$.
Nu $g = 2$, $a = \frac{1}{3}t$ en $b = 26$, dus
$\frac{1}{3}t = \log_2(26)$
$t = 3 \cdot \log_2(26)$
Na $3 \cdot \log_2(26)$ dagen wordt 13m^2 van de vijferbedekt door het kroos.

Opmerking: Bij logaritmen vereenvoudigen we altijd $\log_g(1) = 0$. Daarnaast vereenvoudigen we machten van het grondtal binnen de logaritme. We vereenvoudigen dus $\log_g(g^k) = k$ door de rekenregels van logaritmen te gebruiken.
Als er in een opdracht gevraagd wordt om een logaritme om te schrijven naar een bepaald grondtal dan passen we eerst de regel $\log_c(a) = \frac{\log_g(a)}{\log_g(c)}$ toe, waarna we de logaritmen vereenvoudigen.

d) [2 pt]

De afname is 30% per week. Dit betekent dat na een week telkens nog 70% over is van de voorgaande hoeveelheid.
Dus $g_{week} = 0.7 = \frac{7}{10}$.
De groeifactor per dag is nu $g_{2\,weken} = g_{week}^{\frac{2}{1}} = \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$.

Opdracht 3

a) [6 pt]

De gegeven functie is $f(x) = -2x^3 + x^2 + 4x$
We moeten de nulpunten, maxima, minima, domein en bereik bepalen van deze functie.
Voor de nulpunten lossen we op $f(x) = 0$
$-2x^3 + x^2 + 4x = 0$
$x\left(-2x^2 + x + 4\right) = 0$
Dus $x = 0$ of $-2x^2 + x + 4 = 0$
Voor de tweede vergelijking passen we de ABC-formule toe:

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot -2 \cdot 4}}{-4} \\ &= \tfrac{-1 \pm \sqrt{1+32}}{-4} \\ &= \tfrac{-1 \pm \sqrt{33}}{-4} \\ &= \tfrac{1}{4} \mp \tfrac{1}{4}\sqrt{33} \end{aligned}$$

Het nulpunten van deze functie zitten dus bij $x = 0$, $x = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{33}$ en $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{33}$.

Opmerking: Bij het toepassen van de abc-formule vereenvoudigen we de antwoorden altijd zo ver mogelijk. Dit houdt in: een geheel getal, een vereenvoudigde breuk of een antwoord dat een wortel in standaardvorm bevat. In dit geval schrijven we de antwoorden dus in de vorm $c \pm a\sqrt{b}$ waarbij $a\sqrt{b}$ een wortel in standaardvorm is en c een geheel getal of een vereenvoudigde breuk.

Voor de maxima en minima lossen we op $f'(x) = 0$ waarna we met de tweede afgeleide de aard van de extreme waarde bekijken:
$f'(x) = -6x^2 + 2x + 4$
$f''(x) = -12x + 2$
Oplossen $f'(x) = 0$:
$-6x^2 + 2x + 4 = 0$
ABC-formule:

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot -6 \cdot 4}}{-12} \\ &= \tfrac{-2 \pm \sqrt{4+96}}{-12} \\ &= \tfrac{-2 \pm \sqrt{100}}{-12} \\ &= \tfrac{-2 \pm 10}{-12} \\ &= \tfrac{-2}{-12} \pm \tfrac{10}{-12} \\ &= \tfrac{1}{6} \pm \tfrac{5}{6} \end{aligned}$$

Dus $x = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$ of $x = \frac{1}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$.
Nu bekijken welk van deze extreme waarden een maximum is en welke een minimum:

$f''(1) = -12 \cdot 1 + 2 = -10 < 0$ dit is dus ene maximum
$f''\left(-\frac{2}{3}\right) = -12 \cdot -\frac{2}{3} + 2 = \frac{24}{3} + 2 = 8 + 2 = 10 > 0$ dus hier zit een minimum.
Nu bepalen we het domein en bereik:
Alle waarden voor x mogen ingevuld worden in deze functie. Het domein is dus heel $\mathbb{R}$.
Deze functie heeft geen asymptoten dus alle waarden voor y worden bereikt. Het bereik is heel $\mathbb{R}$.

b) [5 pt]

De gegeven functie is $g(x) = \frac{4x-5}{10-3x}$
We moeten de nulpunten, maxima, minima, domein en bereik bepalen van deze functie.
Voor de nulpunten lossen we op $g(x) = 0$
$\frac{4x-5}{10-3x} = 0$
$4x - 5 = 0$
$4x = 5$
$x = \frac{5}{4}$.
Er zit een nulpunt bij $x = \frac{5}{4}$.
Voor de maxima en minima lossen we op $g'(x) = 0$ waarna we met de tweede afgeleide de aard van de extreme waarde bekijken:

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{nat - tan}{n^2} \\ &= \frac{(10-3x)\cdot(4x-5)' - (4x-5)\cdot(10-3x)'}{(10-3x)^2} \\ &= \frac{(10-3x)\cdot 4 - (4x-5)\cdot -3}{(10-3x)^2} \\ &= \frac{40-12x-(-12x+15)}{(10-3x)^2} \\ &= \frac{40-12x+12x-15}{(10-3x)^2} \\ &= \frac{25}{(10-3x)^2} \end{aligned}$$

(de tweede afgeleide hoeft niet perse bepaald te worden.)
We lossen op $g'(x) = 0$ dus $\frac{25}{(10-3x)^2} = 0$.
Dat zou betekenen dat $25 = 0$, dit kan niet en dus zijn er geen oplossingen.
Deze functie heeft geen minima/maxima
(Je mag ook concluderen dat een gebroken lineaire functie geen min/max heeft en dat er dus geen oplossingen zijn voor $g'(x) = 0$, schrijf dit wel netjes en duidelijk op).
Nu bepalen we het domein en bereik:
Voor het domein bepalen we de verticale asymptoot van $g(x)$:
Dit is de x waarde die niet ingevuld mag worden.
De noemer mag geen nu zijn, dus we lossen op
$10 - 3x = 0$
$-3x = -10$
$3x = 10$
$x = \frac{10}{3}$

Het domein van de functie is dus $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{10}{3}\right\}$. Dit kan ook genoteerd worden als $\left(-\infty,\frac{10}{3}\right)$ en $\left(\frac{10}{3},\infty\right)$.
Voor het bereik bepalen we de horizontale asymptoot:
Voor de horizontale asymptoot moeten we het getal voor de x in de teller delen door het getal voor de x in de noemer, Dan:
$y_{asym}=\frac{4}{-3}=-\frac{4}{3}$.
Het bereik is dus $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{4}{3}\right\}$.

Opdracht 4

a) [4 pt]

$$\begin{aligned}\sqrt{6x-2} &= 2x\\ 6x-2 &= (2x)^2\\ 6x-2 &= 4x^2\\ 4x^2-6x+2 &= 0\end{aligned}$$

ABC-formule:
Eerst discriminant bepalen mag natuurlijk ook.

$$\begin{aligned}x &= \frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot4\cdot2}}{8}\\ &= \frac{6\pm\sqrt{36-32}}{8}\\ &= \frac{6\pm\sqrt{4}}{8}\\ &= \frac{6\pm2}{8}\end{aligned}$$

Dus $x = \frac{6+2}{8} = 1$ en $x = \frac{6-2}{8} = \frac{1}{2}$.

Opmerking: Bij het toepassen van de abc-formule vereenvoudigen we de antwoorden altijd zo ver mogelijk. Dit houdt in: een geheel getal, een vereenvoudigde breuk of een antwoord dat een wortel in standaardvorm bevat.

Nu moeten we deze oplossingen nog controleren door ze aan beide kanten van de oorspronkelijke vergelijking in te vullen:
De oplossing $x = 1$:

- Links: $\sqrt{6\cdot1-2} = \sqrt{4} = 2$.
- Rechts: $2\cdot1 = 2$.
- links $=$ rechts dus dit is een oplossing van de oorspronkelijke vergelijking.

De oplossing $x = \frac{1}{2}$:

- Links: $\sqrt{6\cdot\frac{1}{2}-2} = \sqrt{3-2} = \sqrt{1} = 1$.
- Rechts: $2\cdot\frac{1}{2} = 1$.
- links $=$ rechts dus dit is een oplossing van de oorspronkelijke vergelijking.

De oplossingen van de vergelijking zijn dus $x = 1$ en $x = \frac{1}{2}$.

b) [4 pt]

Manier 1:
We passen de basisregel voor logaritmen toe. Als $g^a = b \Leftrightarrow a = \log_g(b)$

$$\begin{aligned} 7^{1-x} &= \sqrt{7} \\ 1-x &= \log_7\left(7^{\frac{1}{2}}\right) \\ &= \tfrac{1}{2}\log_7(7) \\ &= \tfrac{1}{2} \\ \\ -x &= -\tfrac{1}{2} \\ x &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Manier 2:

$$\begin{aligned} 7^{1-x} &= \sqrt{7} \\ 7^{1-x} &= 7^{\frac{1}{2}} \\ \\ 1-x &= \tfrac{1}{2} \\ -x &= -\tfrac{1}{2} \\ x &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Opdracht 5 [5 pt]

Een sinusoïde met evenwichtswaarde B, amplitude A, frequentie f en fasehoek ϕ wordt gegeven door

$$s(t) = B + A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

De periode T wordt gegeven door $T = \frac{1}{f}$ dus de frequentie is $f = \frac{1}{T}$. Daarnaast zijn de coördinaten van een startpunt gelijk aan

$$\big(t, s(t)\big) = \left(-\frac{\phi}{2\pi f}\,,\, B\right)$$

We beginnen met het bepalen van de amplitude. Deze is gelijk aan de helft van de afstand, in de y-richting, tussen twee toppen. In dit geval zien we dat de functiewaarden van-6 tot en met 2 lopen. De totale afstand tussen de toppen is dus 8 wat betekent dat de amplitude gelijk is aan $A = 4$.

De evenwichtswaarde B zit op de helft tussen de maximale en minimale waarde, dus in dit geval is de evenwichtswaarde $B = -2$.

Nu bepalen we de periode van de functie en daarmee de frequentie. We zien dat de functie een dal heeft bij $t = \frac{1}{3}$ en bij $t = \frac{13}{3}$. De periode is dus $T = \frac{13}{3} - \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$. De frequentie is dus $f = \frac{1}{4}$.
De factor $2\pi f = 2\pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$.

Nu moeten we alleen nog de fase bepalen en dit doen we aan de hand van een startpunt. In dit geval kun je bijvoorbeeld zien dat er een startpunt zit bij $t = \frac{4}{3}$ en bij $t = \frac{16}{3}$. Je kunt gewoon één van beide coördinaten kiezen. In deze uitwerking rekenen we verder met het startpunt bij $t = \frac{4}{3}$ (je kunt dus ook de andere kiezen, je komt dan op een andere waarde voor ϕ).
Dit betekent dat

$$\begin{aligned}
-\frac{\phi}{2\pi f} &= \frac{4}{3} \\
-\frac{\phi}{\left(\frac{\pi}{2}\right)} &= \frac{4}{3} \\
-\phi &= \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \\
&= \frac{2\pi}{3} \\
\phi &= -\frac{2\pi}{3}
\end{aligned}$$

De uiteindelijke formule is:

$$s(t) = -2 + 4 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\pi t - \frac{2}{3}\pi\right)$$

Opdracht 6

a) [4 pt]

Manier 1:
$f(x) = \log_3(2x) - 4$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\log_3(2x))' - (4)' \\ &= (\log_3(2x))' \\ &= \frac{1}{2x \cdot \ln(3)} \cdot 2 \\ &= \frac{2}{2x \ln(3)} \\ &= \left(\frac{1}{x \ln(3)}\right) \end{aligned}$$

De laatste stap in het grijs hoeft niet.

Manier 2:
Noem $u = 2x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\log_3(2x))' - (4)' \\ &= (\log_3(2x))' \\ &= (\log_3(u))' \cdot u' \\ &= \frac{1}{u \ln(3)} \cdot 2 \\ &= \frac{2}{2x \ln(3)} \\ &= \left(\frac{1}{x \ln(3)}\right) \end{aligned}$$

De laatste stap in het grijs hoeft niet.

b) [2 pt]

$g(x) = x\sqrt{x}$
manier 1:
$g(x) = x\sqrt{x} = x \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$
Dus

$$\begin{aligned} g'(x) &= \tfrac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1} \\ &= \tfrac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

manier 2: (met productregel):

$$\begin{aligned} g'(x) &= (x)' \cdot \sqrt{x} + x \cdot (\sqrt{x})' \\ &= (x)' \cdot \sqrt{x} + x \cdot \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' \\ &= 1 \cdot \sqrt{x} + x \cdot \tfrac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{x} + \tfrac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} \\ &= \tfrac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Opdracht 7 [4 pt]

Dit is een meetkundige rij.
begint alleen niet op 0 maar op 3. Dus noem $b = k - 3$, oftewel $k = b + 3$. Dan wordt de som

$$\begin{aligned}
\sum_{k=3}^{8} 3 \cdot 2^k &= \sum_{b=0}^{5} 3 \cdot 2^{b+3} \\
&= \sum_{b=0}^{5} 3 \cdot 2^3 \cdot 2^b \\
&= \sum_{b=0}^{5} 3 \cdot 8 \cdot 2^b \\
&= \sum_{b=0}^{5} 24 \cdot 2^b
\end{aligned}$$

Nu hebben we een meetkundige rij beginnende op $b = 0$ met $a_0 = 24$, $r = 2$ en $n = 5$ dus $n + 1 = 6$. Dus

$$\begin{aligned}
\sum_{b=0}^{5} 24 \cdot 2^b &= \frac{24\left(1 - 2^6\right)}{1 - 2} \\
&= \frac{24\,(1 - 64)}{-1} \\
&= \frac{24 \cdot -63}{-1} \\
&= 24 \cdot 63 \\
&= 10 \cdot 63 + 10 \cdot 63 + 4 \cdot 63 \\
&= 630 + 630 + 252 \\
&= 1260 + 252 \\
&= 1512
\end{aligned}$$

Dus de gegeven som is gelijk aan 1512.

Opdracht 8

a) [3 pt]

We hebben 25 citroenen en 5 limoenen. Er zijn dus 30 vruchten in totaal. We pakken vijf keer. Nu wordt de kans op 5 limoenen gevraagd.

$$P(5\,limoenen) \quad = \quad \#mogelijke\,volgordes \cdot P(één\,volgorde)$$

Het aantal mogelijke volgordes waarop 5 limoenen gelegd kunnen worden is 1. De kans op die ene volgorde is:

$$P(LLLLL) = \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} \cdot \frac{3}{28} \cdot \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{26}$$

Dus:

$$P(5\,limoenen) \quad = \quad 1 \cdot \tfrac{5}{30} \cdot \tfrac{4}{29} \cdot \tfrac{3}{28} \cdot \tfrac{2}{27} \cdot \tfrac{1}{26}$$

Dit mag zo blijven staan.

b) [3 pt]

Nu wordt gevragd om de kans op meer dan drie limoenen.
Dit is dus de kans $P(4\,limoenen\,OF\,5\,limoenen)$

$$P(4\,limoenen\,OF\,5\,limoenen) \quad = \quad P(4\,limoenen) + P(5\,limoenen)$$

De kans op 5 limoenen hebben we al bij onderdeel a bepaald. Nu hoeven we dus alleen de kans op 4 limoenen te bepalen.

$$P(4\,limoenen) \quad = \quad \#mogelijke\,volgordes \cdot P(één\,volgorde)$$

Het aantal mogelijke volgordes waarop 4 limoenen en één citroen gelegd kunnen worden is gelijk aan:

$$\frac{5!}{4!1!} \left(= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1} = 5 \right)$$

De kans op één van de volgordes is:

$$P(LLLLC) = \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} \cdot \frac{3}{28} \cdot \frac{2}{27} \cdot \frac{25}{26}$$

Dus:

$$P(5\,limoenen) \quad = \quad \begin{array}{l} \tfrac{5!}{4!1!} \cdot \tfrac{5}{30} \cdot \tfrac{4}{29} \cdot \tfrac{3}{28} \cdot \tfrac{2}{27} \cdot \tfrac{25}{26} \\ (= 5 \cdot \tfrac{5}{30} \cdot \tfrac{4}{29} \cdot \tfrac{3}{28} \cdot \tfrac{2}{27} \cdot \tfrac{25}{26}) \end{array}$$

Nu

$$\begin{aligned} P(4\,limoenen\,OF\,5\,limoenen) &= P(4\,limoenen) + P(5\,limoenen) \\ &= \tfrac{5!}{4!1!} \cdot \tfrac{5}{30} \cdot \tfrac{4}{29} \cdot \tfrac{3}{28} \cdot \tfrac{2}{27} \cdot \tfrac{25}{26} + 1 \cdot \tfrac{5}{30} \cdot \tfrac{4}{29} \cdot \tfrac{3}{28} \cdot \tfrac{2}{27} \cdot \tfrac{1}{26} \end{aligned}$$

Opdracht 9 [2 pt]

We hebben 20 tegels in vijf verschillende kleuren (4 tegels van elke kleur). De tegelrand bestaat ook uit 20 tegels. Verder staat gegeven dat tegels van dezelfde kleur naast elkaar mogen zitten.
Het gaat nu dus om het aantal manieren waarop we de 20 tegels kunnen ordenen. En er zijn vijf groepen van 4 tegels die niet van elkaar te onderscheiden zijn. Het aantal manieren van ordenen is dus

$$\frac{20!}{4!4!4!4!4!}$$

Opdracht 10 [2 pt]

Het gaat om 20 vragen waarbij elke vraag 4 mogelijke antwoorden heeft. Je vult op de gok alle 20 vragen in. Gevraagd wordt om de kans dat je meer dan de helft van de vragen goed hebt dus $P(10\,G)$.
Hierbij gaat het om een binomiale verdeling (het kan ook met een vaasmodel maar dan wordt het een stuk ingewikkelder).
Per vraag is de kans gelijk aan $\frac{1}{4}$ dat je deze goed gokt.
In dit geval is
$n = 20$
$p = \frac{1}{4}$
$k = 10$
Dus

$$P(10\,G) = \binom{20}{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$$

Het mag ook genoteerd worden als:

$$P(10\,G) = \binom{20}{10} 0.25^{10} 0.75^{10}$$

Opdracht 11

a) [4 pt]

Er wordt gevraagd om $P(X > 335)$.

$$P(X > 335) = 1 - P(X < 335)$$

De waarde 335 zit boven het gemiddelde en dus kunnen we de formule voor een normale verdeling toepassen:

$$\begin{aligned}
P(X > 335) &= 1 - P(X < 335) \\
&= 1 - P\left(Z < \tfrac{335-330}{10}\right) \\
&= 1 - P\left(Z < \tfrac{5}{10}\right) \\
&= 1 - P(Z < 0.5) \\
&= 1 - 0.6915 \\
&= 0.3085 \\
&= 0.309
\end{aligned}$$

b) [4 pt]

Nu wordt gevraagd om de kans:

$$\begin{aligned}
P(X < 315\, of\ X > 345) &= P(X < 315) + P(X > 345) \\
&= P(X > 345) + P(X > 345) \\
&= 2 \cdot P(X > 345) \\
&= 2 \cdot (1 - P(X < 345)) \\
&= 2 \cdot \left(1 - P\left(Z < \tfrac{345-330}{10}\right)\right) \\
&= 2 \cdot \left(1 - P\left(Z < \tfrac{15}{10}\right)\right) \\
&= 2 \cdot (1 - P(Z < 1.5)) \\
&= 2 \cdot (1 - 0.9332) \\
&= 2 \cdot 0.0668 \\
&= 0.1336 \\
&= 0.134
\end{aligned}$$