

Examen

Zomercursus Wiskunde B

30 juli 2018
10:00-13:00

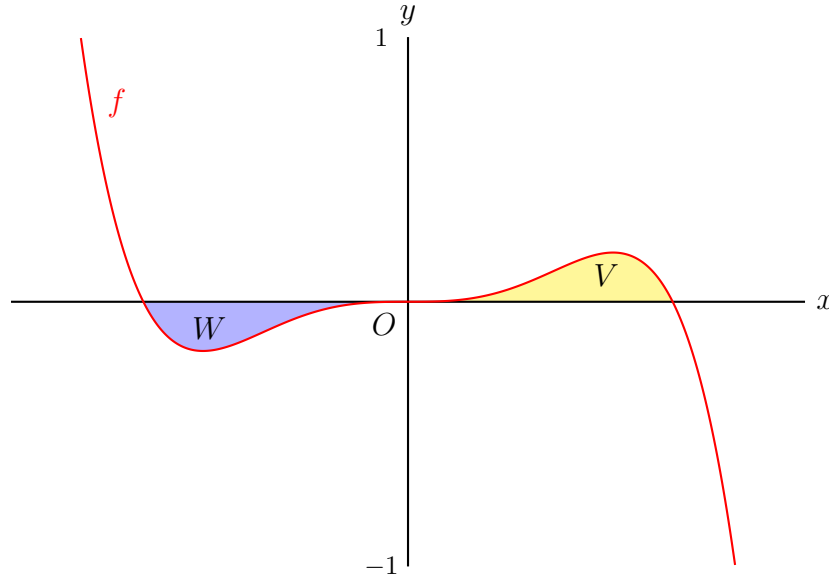
Dit examen bestaat uit 8 opgaven.

Voor dit examen kunnen maximaal 90 punten worden behaald.

Voor iedere vraag staat hoeveel punten maximaal voor die vraag kunnen worden behaald.

Schrijf bij iedere vraag een berekening op. Voor alleen het eindantwoord worden doorgaans geen punten toegekend.

1. Gegeven is de functie $f(x) = x^3(1 - x^2)$.
In Figuur 1 is de grafiek van f getekend.



Figuur 1

- 5p (a) Los exact op $f(x) \geq 0$.

De grafiek van f en de positieve x -as sluiten een vlakdeel V in.

- 3p (b) Bereken de oppervlakte van V .

De grafiek van f en de negatieve x -as sluiten ook een vlakdeel W in.

- 5p (c) Bereken exact de inhoud van het lichaam L dat ontstaat als V en W wentelen om de x -as.
- 4p (d) Stel de vergelijking op van de raaklijn in het punt A met x -coördinaat $x_A = 1$.
- 5p (e) Bereken voor welke waarde van c de grafiek van f en de lijn $y = c$ drie snijpunten hebben.

GA VERDER MET OPGAVE 2

2. Gegeven is de functie $f(x) = (\cos(x) + \sin(x))^2$.

Het functievoorschrift van f is ook te schrijven als $f(x) = \sin(2x) + 1$.

3p (a) Toon dit aan.

3p (b) Gebruik de schrijfwijze $f(x) = \sin(2x) + 1$ om de x -coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de lijn $y = \frac{1}{2}$ te berekenen.

3. Gegeven zijn de cirkel $c_1: (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 40$ en de lijn $k: x + y = 1$.

5p (a) Bereken de coördinaten van de snijpunten van de cirkel c_1 en lijn k .

De lijn l raakt de cirkel c_1 in het punt $A(6, -5)$.

4p (b) Stel de vergelijking op van lijn l .

De cirkel c_2 wordt gegeven door $c_2: x^2 + y^2 - 20x + 14y + 140 = 0$.

4p (c) Onderzoek of het middelpunt van cirkel c_2 binnen cirkel c_1 ligt.

De lijn m gaat door de punten $B(2, 2)$ en $C(8, -1)$.

4p (d) Stel vectorvoorstellingen op van de lijnen k en m , en onderzoek of de lijnen k en m loodrecht op elkaar staan.

GA VERDER MET OPGAVE 4

3p 4. (a) Differentieer $f(x) = x^4 e^{-x} + 1$.

3p (b) Bereken exact $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x) dx$.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^2}{3x - 3}$.

5p (a) Bepaal de vergelijkingen van de asymptoten van de grafiek van f .

5p (b) Bereken de coördinaten van de maxima en minima van de grafiek van f .

4p (c) Schets de grafiek van f en geef het domein en bereik van de functie f .

6. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2e^x}{1 + e^{2x}}$.

4p (a) Bereken $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, en leg uit dat de grafiek van f precies één horizontale asymptoot heeft.

4p (b) Los exact op $f(x) = 1$.

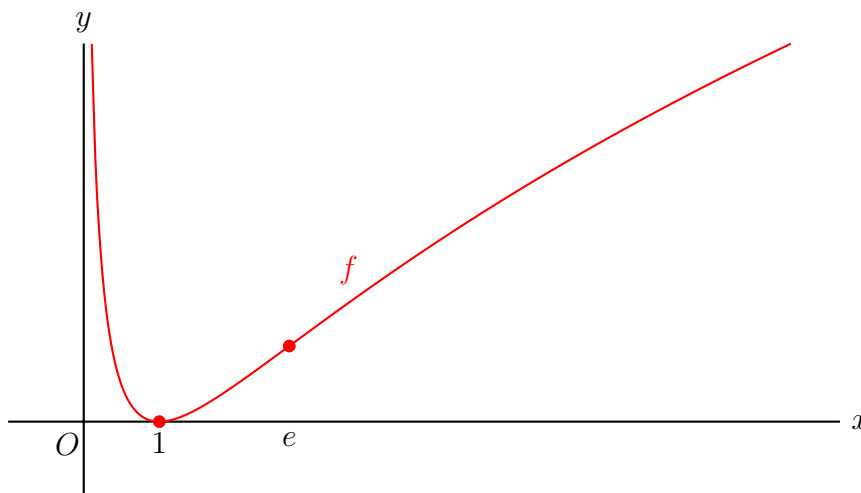
GA VERDER MET OPGAVE 7

7. Gegeven is de functie $f(x) = \ln^2(x)$.

De grafiek van f heeft precies één extreme waarde en precies één buigpunt.

6p (a) Toon dit aan.

In Figuur 2 is de grafiek van f getekend. Hierin zijn de extreme waarde en het buigpunt weergegeven met hun x -coördinaten.



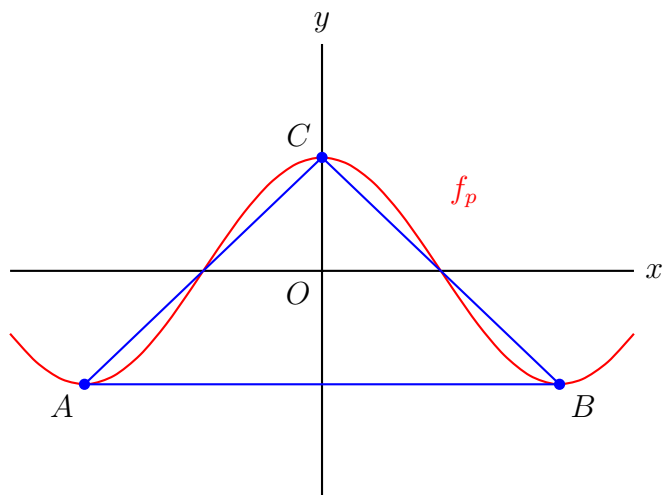
Figuur 2

In de extreme waarde bevindt zich een puntmassa met massa e en in het buigpunt bevindt zich een puntmassa met massa $2e$.

3p (b) Bereken exact de coördinaten van het zwaartepunt van deze twee puntmassa's.

GA VERDER MET OPGAVE 8

8. Voor iedere $p > 0$ wordt een functie f_p gedefinieerd door $f_p(x) = \cos(px)$. De grafiek van f_p heeft minima in de punten A en B en snijdt de y -as in punt C . De punten A , B en C zijn de hoekpunten van een driehoek, zie ook Figuur 3.



Figuur 3

- Er is één waarde van p waarvoor de drie zijden AB , BC en AC even lang zijn.
8p Bereken exact deze waarde van p .